



Reaktivierungsübungen Mathematik

Die Aufgaben sollen ohne Hilfsmittel beherrscht werden.

Literatur

Cramer/Nešlehova, Vorkurs Mathematik, Springer-Verlag (auch als eBook)
Knorrenschild, Vorkurs Mathematik, Hanser-Verlag (auch als eBook)
SCHÄFER/GEORGI/TRIPPLER: Mathematik-Vorkurs, Verlag Vieweg + Teubner
SCHIROTZEK/SCHOLZ: Starthilfe Mathematik, Verlag Vieweg + Teubner (auch als eBook)

Übung 1: Lineare Gleichungen

Lösen Sie die Gleichungen nach x und die Gleichungssysteme nach x und y auf!

- $x - (8x - 69) + (6x - 50) = 2x - (x - 5)$ (L.: $x = 7$)
- $(x + 1)(x + a) + 1 = 2a + (x + 2)(x + 1)$ (L.: $x = \frac{a+1}{a-2}$ für $a \neq 2$; keine Lösung für $a = 2$)
- $\frac{bx-2}{2} + b = bx - 1$ (L.: $x = 2$ für $b \neq 0$; x beliebig für $b = 0$)
- $2x + 3y = 8; 3x - 6y = -30$ (L.: $x = -2, y = 4$)
- $3x + 4y = 4; 3x + 2ay = 6$ (L.: $x = \frac{4(a-3)}{3(a-2)}, y = \frac{1}{a-2}$ für $a \neq 2$,
keine Lösung für $a = 2$)
- $2x - 3y = a; 3x - 4y = 1$ (L.: $x = 3 - 4a, y = 2 - 3a$)

Übung 2: Bruchrechnung

Fassen Sie zusammen!

- $\frac{a-3}{20a} - \frac{a-4}{25a} + \frac{a-5}{a}$ (L.: $\frac{101a-499}{100a}$)
- $\frac{5}{4a} - \frac{7}{6b} - \frac{9-a}{8ab}$ (L.: $\frac{-25a+30b-27}{24ab}$)
- $\frac{9}{a+b} - \frac{5}{a} + \frac{4}{b}$ (L.: $\frac{4a^2+8ab-5b^2}{ab(a+b)}$)
- $\frac{1}{\frac{1}{2}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}$ (L.: $\frac{2ab}{a+b}$)
- $\frac{4a-3b}{\frac{12ab-9b^2}{21ab}}$ (L.: $7a$)

Lösen Sie nach den angegebenen Variablen auf!

- $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; R, R_1$ (L.: $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, R_1 = \frac{R R_2}{R_2 - R}$)
- $v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}; s_1, t_1$ (L.: $s_1 = s_2 - v(t_2 - t_1), t_1 = \frac{s_1 - s_2}{v} + t_2$)



Übung 3: Potenzen und Wurzeln

Fassen Sie zusammen!

- $\frac{a^2 b^3}{c^3} \cdot \frac{a^2 c^2}{b^2} \cdot \frac{bc^2}{a^4}$ (L.: $b^2 c$)
- $(\frac{15a^2 x^3}{8b^3 y})^2 \cdot (\frac{2ay^3}{3bx^3})^3 \cdot (\frac{25a^3 y^3}{12b^4 x})^{-2}$ (L.: $\frac{6ay}{25bx}$)
- $\frac{(2a-3)^2 3^5 (4+2x)^{5+k}}{2^7 (2+x)^{4-k} (6a-9)^3}$ (L.: $9 \cdot 2^k - 2(2a-3)^{-1} (2+x)^{2k+1}$)
- $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[8]{a^2} \cdot a$ (L.: a^2)
- $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ (L.: $\sqrt[8]{a^7}$)
- $\frac{\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x^2}}{1-x^2}$
(L.: $(\sqrt{1-x^2})^{-3}$)

Lösen Sie die Gleichungen!

- $(x-5)(x-4) + (x-6)(x-3) = 10$ (L.: $x_1 = 7, x_2 = 2$)
- $\frac{3}{x} + \frac{4}{x-2} = \frac{3}{x-4}$ (L.: $x_1 = 6, x_2 = 1$)
- $x^2 + ax + 4 = 0$
(L.: $x_{1/2} = -\frac{a}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 16}$ für $a \leq -4$ oder $a \geq 4$, keine Lösung für $-4 < a < 4$)

Übung 4: Polynome

Führen Sie die quadratische Ergänzung aus!

- $x^2 + 8x - 3$ (L.: $(x+4)^2 - 19$)
- $x^2 + 2xy - y^2$ (L.: $(x+y)^2 - 2y^2$)
- $4a^2 - 4a + 5$ (L.: $(2a-1)^2 + 4 = 4(a - \frac{1}{2})^2 + 4$)

Dividieren Sie!

- $(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) \div (x+3)$ (L.: $x^2 - 4$)
- $(2x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x - 1) \div (x^2 + 1)$ (L.: $2x^2 + 3x - 1$)
- $(12a^3 - 10a^2b + 9ab^2 + 14b^3) \div (3a + 2b)$ (L.: $4a^2 - 6ab + 7b^2$)
- $(x^2 + 3x - 8) \div (x+2)$ (L.: $x + 1 - \frac{10}{x+2}$)

Übung 5: Logarithmen

Zeigen Sie

- $\lg \frac{a^2 \sqrt{b}}{\sqrt{a^5 b^3}} = -\left(\frac{1}{2} \lg a + \lg b\right)$
- $\lg \frac{b^3}{\sqrt{a}} + 3 \lg \frac{\sqrt[3]{a^2}}{b} = \frac{3}{2} \lg a$

Lösen Sie nach x auf!

- $\log_4(x+1) = -3$ (L.: $x = -63/64$)
- $\lg(x-1)^2 = 6 \lg 2$ (L.: $x_1 = 9, x_2 = -7$)
- $2 \lg(x+3) = \lg(x+1) + 1$ (L.: $x = 2 \pm \sqrt{5}$)



Übung 6: Ebene Geometrie und Vektorrechnung

1. Geben Sie für die nachstehenden Geraden die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und die Anstiegswinkel an und skizzieren Sie die Geraden!

a) $2x - 3y + 5 = 0$ b) $y = -3x + 6$ c) $x + 3 = 0$

(L.: (a) $x = -\frac{5}{2}, y = \frac{5}{3}, \alpha = 33,7^\circ$ ($\tan \alpha = 2/3$)

(b) $x = 2, y = 6, \alpha = 108,4^\circ$ ($\tan \alpha = -3$)

(c) $x = -3, \alpha = 90^\circ$)

2. Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die

(a) durch den Punkt $(2, 3)$ geht und den Anstiegswinkel 135° hat,

(b) durch die Punkte $(4, 1)$ und $(-2, 3)$ geht,

(c) durch den Punkt $(2, 4)$ geht und parallel zur Geraden $x + 2y - 7 = 0$ ist!

(L.: (a) $y = -x + 5$, (b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$, (c) $x + 2y - 10 = 0$)

3. Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden

(a) $2x - 5y + 4 = 0$ und $3x + y - 11 = 0$

(b) $21x - 19y + 13 = 0$ und $35x - 38y + 47 = 0$

(L.: (a) $(3, 2)$, (b) $(3, 4)$)

4. Stellen Sie die Gleichung des Kreises auf, der den Mittelpunkt $(-2, 3)$ hat und durch den Punkt $(1, -1)$ geht. (L.: $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$)

5. Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ zwei Vektoren in der Ebene.

(a) Bestimmen Sie $\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{a} - \vec{b}$!

(b) Stellen Sie die Vektoraddition und -subtraktion aus (a) grafisch dar!

(L.: (a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$)

Übung 7: Elementare Funktionen

Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen (ohne GTR)!

1. $y = x, y = 3x - 1$

2. $y = f(x), y = f(x) - 3, y = f(x + 2), y = -2f(x), y = f(-2x)$ für $f(x) = x^2$

3. $y = x^2 - 4x + 7, y = x^2 + 2x - 1$

4. $y = x^3, y = x^3 - 1, y = (x + 1)^3 + 2$

5. $y = f(x), y = f(x + 1) - 1$ für $f(x) = \frac{1}{x}$

6. $y = f(x), y = f(x - 2) + 1$, für $f(x) = \sqrt{x}$

7. $y = f(x), y = f(x - 1) + 2$ für $f(x) = e^x$

8. $y = f(x), y = f(x - 3) + 1$, für $f(x) = \ln x$

9. $y = \sin x, y = \sin \frac{x}{2}, y = \frac{1}{2} \sin x$

Stellen Sie nach x um!

10. $y = f(x) = 3e^{5x-7} + 4$ (L.: $x = g(y) = \frac{1}{5}(\ln \frac{y-4}{3} + 7)$)

11. $y = f(x) = 10^{3-2x} - 1$ (L.: $x = g(y) = \frac{1}{2}[3 - \lg(y + 1)]$)

12. $y = f(x) = 3 \ln(x - 1)^3 + 5$ (L.: $x = g(y) = 1 + e^{\frac{y-5}{9}}$)



Übung 8: Differenzieren

1. $y = f(x) = x^3 + 2x^2 - \frac{3}{x} + \sqrt{x}$ (L.: $y' = 3x^2 + 4x + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$)
2. $y = f(x) = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$ (L.: $y' = x^2 \cos x$)
3. $y = f(x) = x \ln x - x$ (L.: $y' = \ln x$)
4. $y = f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ (L.: $y' = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$)
5. $y = f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ (L.: $y' = -\frac{2}{(x - 1)^2}$)
6. $y = f(x) = \sin^2 x + \cos 2x$ (L.: $y' = 2 \sin x \cos x - 2 \sin 2x = -\sin 2x$)

Übung 9: Integrieren

1. $\int (8x^3 - 6x^2 + \sqrt{x} + 7) dx$ (L.: $2x^4 - 2x^3 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 7x + c$)
2. $\int (2x + 5)^{15} dx$ (L.: $\frac{1}{32}(2x + 5)^{16} + c$)
3. $\int \sqrt{2 - x} dx$ (L.: $-\frac{2}{3}\sqrt{2 - x^3} + c$)
4. $\int \frac{1}{2x} dx$ (L.: $\frac{1}{2} \ln |x| + c$)
5. $\int_0^2 e^{4x} dx$ (L.: $\frac{1}{4}(e^8 - 1)$)
6. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \cos \frac{x}{2} dx$ (L.: $-\sqrt{2}$)